

2014



**Annales concours 2014
EPL**



La référence aéronautique

www.enac.fr



**CONCOURS DE RECRUTEMENT
D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE**

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

**Durée : 2 Heures
Coefficient : 1**

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 pages (recto-verso) d'instructions pour remplir le QCM,
- 1 page d'avertissements (recto),
- 11 pages de texte (recto-verso) numérotées de 1 à 11

CALCULATRICE NON AUTORISÉE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

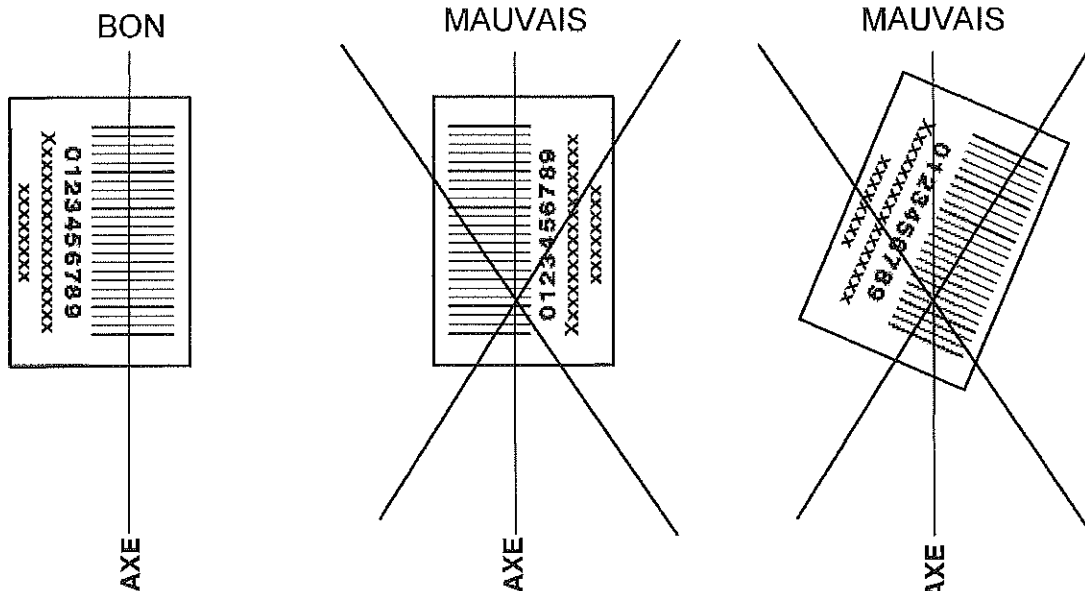
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire épreuve de mathématiques (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci **en position verticale** avec les chiffres d'identification à **gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE** et **ATTENTION** vous devez noircir complètement la case en vue de la bonne lecture optique de votre QCM.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Tournez la page S.V.P.

5) Cette épreuve comporte 36 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions liées est donnée au début du texte du sujet.

Chaque candidat devra choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.

Il est inutile de répondre à plus de 24 questions : la machine à lecture optique lira les réponses en séquence en partant de la ligne 1, et s'arrêtera de lire lorsqu'elle aura détecté des réponses à 24 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 36, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 37 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 36, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse, vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes, vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne, vous devez alors noircir la case E.

En cas de réponse fautive, aucune pénalité ne sera appliquée.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :
 A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
 A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
 A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>

QUESTIONS LIEES

1 à 5

6 à 8

9 à 15

16 à 23

24 à 32

33 à 36

Notations

Les lettres \mathbb{R} , \mathbb{C} et \mathbb{N} désignent respectivement les ensembles des réels, des complexes et des entiers naturels.

Partie I

On note $GL_n(\mathbb{R})$ le sous-ensemble de $M_{n,n}(\mathbb{R})$ (matrices carrées de dimension n), formé des matrices inversibles. On l'appelle le groupe linéaire d'ordre n . La notation « \cdot » désigne le produit matriciel.

Question 1

- A) $GL_n(\mathbb{R})$ est un sous-espace vectoriel de $M_{n,n}(\mathbb{R})$
- B) $GL_n(\mathbb{R})$ n'est pas un sous-espace vectoriel de $M_{n,n}(\mathbb{R})$
- C) $(GL_n(\mathbb{R}), \cdot)$ est un groupe commutatif
- D) $(GL_n(\mathbb{R}), \cdot)$ n'est pas un groupe commutatif

$E_{i,j}$ désigne la matrice élémentaire dont tous les termes sont nuls, sauf $e_{ij} = 1$. I désigne la matrice identité de \mathbb{R}^n .

Question 2

- A) Pour toute matrice élémentaire $E_{i,j}$, $i \neq j$, la matrice $I + E_{i,j}$ est inversible et admet un inverse de la forme $I + \alpha E_{i,j}$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$.
- B) Pour toute matrice élémentaire $E_{i,j}$, $i \neq j$, la matrice $I + E_{i,j}$ n'est pas inversible.
- C) Pour toute matrice élémentaire $E_{i,i}$, la matrice $I + E_{i,i}$ est inversible et admet un inverse de la forme $I + \alpha E_{i,i}$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$.
- D) Pour toute matrice élémentaire $E_{i,i}$, la matrice $I + E_{i,i}$ n'est pas inversible.

On appelle centralisateur de $GL_n(\mathbb{R})$, noté $C(GL_n(\mathbb{R}))$, l'ensemble des matrices de $GL_n(\mathbb{R})$ qui commutent avec toute matrice inversible.

Question 3

On a :

- A) $C(GL_n(\mathbb{R})) = GL_n(\mathbb{R})$
- B) $C(GL_n(\mathbb{R})) = \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i E_{i,i}, (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{R}^n \right\}$
- C) $C(GL_n(\mathbb{R})) = \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha E_{i,i}, \alpha \in \mathbb{R} \right\}$
- D) $C(GL_n(\mathbb{R})) = \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} E_{i,j}, (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{R}^n \right\}$

Soit la matrice :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \in M_{n,n}(\mathbb{R})$$

Question 4

A) La matrice P est inversible, et

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

B) La matrice P est inversible, et

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

C) La matrice P est inversible, et

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

D) La matrice P n'est pas inversible

Une matrice A est dite nilpotente si $A^k = 0$ et $A^{k-1} \neq 0$. On note $N_n(\mathbb{R})$ le sous-ensemble des matrices de $M_{n,n}(\mathbb{R})$ formé des matrices nilpotentes.

Question 5

- A) La somme de 2 matrices nilpotentes est une matrice nilpotente
- B) Le produit de 2 matrices nilpotentes est une matrice nilpotente
- C) La somme de 2 matrices nilpotentes n'est jamais inversible
- D) Si $A \in N_n(\mathbb{R})$ matrice nilpotente d'ordre k , alors on a $k \leq n$

Partie II

Soit $f : [0;1] \mapsto \mathbb{R}$ une fonction continue et $n \in \mathbb{N}^*$. On pose

$$u_n(f) = \left(\int_0^1 |f(t)|^n dt \right)^{\frac{1}{n}}$$

Question 6

Soit λ un nombre réel, on a :

- A) $u_n(\lambda f) = \lambda^n u_n(f)$
- B) $u_n(\lambda f) = \lambda^{\frac{1}{n}} u_n(f)$
- C) $u_n(\lambda f) = \lambda u_n(f)$
- D) $u_n(\lambda f) = |\lambda| u_n(f)$

On suppose que $f(x) \geq 0$ pour tout $x \in [0;1]$, et que la maximum de la fonction f est égal à 1. Soit $\varepsilon > 0$.

Question 7

- A) Pour tout entier $n \geq 1$, on a $u_n(f) \geq 1$
- B) Il existe des nombres u et v vérifiant $0 \leq u < v \leq 1$ tels que $f(x) \geq 1 - \varepsilon$ pour tout $x \in [u; v]$
- C) Pour tout entier $n \geq 1$, $u_n(f)$ vérifie $u_n(f) \leq (v - u)^{\frac{1}{n}} (1 - \varepsilon)$
- D) La suite $u_n(f)$ admet pour limite 1

Soit $g : [0;1] \mapsto \mathbb{R}$ une fonction continue, et M le maximum de la fonction $x \mapsto |g(x)|$ sur $[0;1]$

Question 8

On a :

- A) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n(g) = M$
- B) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n(g) = \frac{1}{M}$
- C) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n(g) = |M|$
- D) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n(g) = \frac{1}{|M|}$

Partie III

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on pose

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos t)^n dt$$

Question 9

- A) La suite I_n est croissante
- B) La suite I_n est décroissante
- C) La suite I_n n'est ni croissante, ni décroissante
- D) Il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que la suite I_n soit décroissante pour $n \geq n_0$

Question 10

On a :

- A) $I_0 = 1$
- B) $I_0 = \frac{\pi}{2}$
- C) $I_1 = 1$
- D) $I_1 = \frac{\pi}{4}$

Question 11

A l'aide d'une intégration par parties, on montre que la suite I_n satisfait la propriété :

- A) $(n+1)I_{n+1} = nI_n$
- B) $nI_{n+2} = (n+2)I_n$
- C) $(n+2)I_{n+2} = nI_n$
- D) $(n+1)I_{n+2} = (n+2)I_n$

Question 12

On en déduit que la suite I_n vérifie :

- A) $\lim_{n \rightarrow \infty} (nI_n I_{n-1}) = \frac{\pi}{2}$
- B) $\lim_{n \rightarrow \infty} (nI_n I_{n-1}) = 1$
- C) $\lim_{n \rightarrow \infty} (I_{n-1}/I_n) = 1$
- D) $\lim_{n \rightarrow \infty} (I_{n-1}/I_n) = \frac{\pi}{2}$

Question 13

On déduit des résultats précédents

A) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(I_n)^2 = \frac{2}{\pi}$

B) $\lim_{n \rightarrow \infty} n(I_n)^2 = \frac{\pi}{2}$

C) $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

Question 14

On peut montrer que :

A) $I_{2n} = \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n}$ pour tout $n \geq 1$

B) $I_{2n} = \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n+1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n}$ pour tout $n \geq 1$

C) $I_{2n} = \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n} \cdot \frac{\pi}{2}$ pour tout $n \geq 1$

D) $I_{2n} = \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n+1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n} \cdot \frac{\pi}{2}$ pour tout $n \geq 1$

Question 15

On déduit des résultats précédents que :

A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n+1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$

B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n+1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$

C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n+1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi}$

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n+1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\pi}$

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ et tout nombre $x \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$, on pose

$$F_n(x) = \int_0^x (\tan t)^n dt$$

Question 16

On a :

A) $F_1(x) = 1 + \tan^2 x$

B) $F_1(x) = x$

C) $F_2(x) = \tan x - x$

D) $F_2(x) = 2(\tan x + \tan^3 x)$

Question 17

Pour $|x| < \frac{\pi}{2}$, on a l'égalité

- A) $F_{n+2}(x) + F_n(x) = \frac{1}{n-1}(\tan x)^{n-1}$
- B) $F_{n+2}(x) + F_n(x) = \frac{1}{n}(\tan x)^n$
- C) $F_{n+2}(x) + F_n(x) = \frac{1}{n+1}(\tan x)^{n+1}$
- D) $F_{n+2}(x) + F_n(x) = \frac{1}{n+2}(\tan x)^{n+2}$

Question 18

On en déduit :

- A) $F_4(x) = \frac{\tan^2 x}{2} - \tan x + x$
- B) $F_4(x) = \frac{\tan^3 x}{3} - \tan x + x$
- C) $F_4(x) = \frac{\tan^4 x}{4} - \tan x + x$
- D) $F_4(x) = -\frac{\tan x}{2} + x$

Pour tout entier n , on pose

$$J_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan t)^n dt$$

Question 19

- A) La suite J_n est croissante et convergente
- B) La suite J_n est décroissante et convergente
- C) La suite J_n est croissante et divergente
- D) La suite J_n est décroissante et divergente

Soit a un réel vérifiant $0 < a < \frac{\pi}{4}$.

Question 20

On peut montrer que :

- A) $J_n \geq a(\tan a)^n + \frac{\pi}{4} - a$
- B) $J_n \leq a(\tan a)^n + \frac{\pi}{4} - a$
- C) $J_n \geq \frac{\pi}{4} + a$
- D) $J_n \leq \frac{\pi}{4} + a$

Question 21

On en déduit :

A) $\lim_{n \rightarrow \infty} J_n = \frac{\pi}{4}$

B) $\lim_{n \rightarrow \infty} J_n = 1 - \frac{\pi}{4}$

C) $\lim_{n \rightarrow \infty} J_n = 0$

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} J_n = +\infty$

Question 22

Pour tout entier $n \geq 1$, on a l'égalité :

A) $\frac{\pi}{4} + (-1)^n J_{2n+2} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{(-1)^n}{2n-1}$

B) $\frac{\pi}{4} + (-1)^n J_{2n+2} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{2n+1}$

C) $\frac{\pi}{4} + (-1)^n J_{2n+2} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$

D) $\frac{\pi}{4} + (-1)^n J_{2n+2} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{(-1)^n}{2n+1}$

Question 23

On peut ainsi en déduire que :

A) $\lim_{n \rightarrow \infty} 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{(-1)^n}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$

B) $\lim_{n \rightarrow \infty} 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$

C) $\lim_{n \rightarrow \infty} 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$

Partie IV

Soient $n \in \mathbb{N} \setminus \{0;1\}$ et $\{\omega_0, \dots, \omega_{n-1}\}$ les racines n -ièmes de l'unité :

$$\omega_k = \omega^k \text{ avec } \omega = e^{i\frac{2\pi}{n}}$$

Soit $p \in \mathbb{N}$. La notation $\binom{n}{k}$ désigne le coefficient binomial $\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Question 24

On établit que :

- A) $\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^p = \frac{1+\omega^{np}}{1-\omega^p}$ si $\omega^p \neq 1$
- B) $\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^p = \frac{1-\omega^{np}}{1-\omega^p}$ si $\omega^p \neq 1$
- C) $\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^p = n$ si $\omega^p = 1$
- D) $\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^p = 1$ si $\omega^p = 1$

Question 25

Un calcul permet d'obtenir :

- A) $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} \omega_k = 2^n \cos^n \frac{\pi}{n} - 1$
- B) $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} \omega_k = -2^n \cos^n \frac{\pi}{n} + 1$
- C) $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} \omega_k = 2^n \cos^n \frac{\pi}{n} + 1$
- D) $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} \omega_k = -2^n \cos^n \frac{\pi}{n} - 1$

Question 26

Le produit $\prod_{k=1}^{n-1} \omega_k$ vaut :

- A) $(-1)^n$
- B) $(-1)^{n-1}$
- C) $(-1)^{n-1} \cdot \omega$
- D) $(-1)^n \cdot \omega$

Dans toute la suite, $E(x)$ désigne la fonction « partie entière de x », et j est la racine cubique de l'unité dont la partie imaginaire est strictement positive.

Question 27

On a :

$$A) (1+1)^n = \sum_{k=0}^n 2 \binom{n}{k}$$

$$B) (1+1)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$$

$$C) (1+j)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} j^k$$

$$D) (1+j)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} j^{2k}$$

Question 28

De même,

$$A) (1+j^2)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} j^{-2k}$$

$$B) (1+j^2)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} j^k$$

En posant $Z_n = 2^n + (1+j)^n + (1+j^2)^n$, on obtient ainsi

$$C) Z_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (2 + j^k + j^{2k})$$

$$D) Z_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (1 + j^k + j^{-2k})$$

La notation $k \equiv j(n)$ signifie que le reste de la division euclidienne de k par n est j . On souhaite distinguer les cas selon lesquels $k \equiv 0(3)$, $k \equiv 1(3)$ ou $k \equiv 2(3)$.

Question 29

On a la décomposition suivante :

$$A) Z_n = \sum_{k=0}^{E((n-2)/3)} \binom{n}{3k} (1 + j^{3k} + j^{6k}) + \sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k+1} (1 + j^{3k+1} + j^{6k+2}) + \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k+2} (1 + j^{3k+2} + j^{6k+4})$$

$$B) Z_n = \sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k} (1 + j^{3k} + j^{6k}) + \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k+1} (1 + j^{3k+1} + j^{6k+2}) + \sum_{k=0}^{E((n+1)/3)} \binom{n}{3k+2} (1 + j^{3k+2} + j^{6k+4})$$

$$C) Z_n = \sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k-1} (1 + j^{3k} + j^{6k}) + \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k} (1 + j^{3k+1} + j^{6k+2}) + \sum_{k=0}^{E((n+1)/3)} \binom{n}{3k+1} (1 + j^{3k+2} + j^{6k+4})$$

$$D) Z_n = \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k} (1 + j^{3k} + j^{6k}) + \sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k+1} (1 + j^{3k+1} + j^{6k+2}) + \sum_{k=0}^{E((n-2)/3)} \binom{n}{3k+2} (1 + j^{3k+2} + j^{6k+4})$$

Question 30

On obtient alors :

$$A) Z_n = 3 \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k}$$

$$B) Z_n = 3 \sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k}$$

$$C) Z_n = 3 \sum_{k=0}^{E((n-2)/3)} \binom{n}{3k}$$

$$D) Z_n = 3 \sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k-1}$$

Question 31

On remarque que :

$$A) (1+j)^n + (1+j^2)^n = -2 \operatorname{Re}(1+j)^n$$

$$B) (1+j)^n + (1+j^2)^n = 2 \operatorname{Im}(1+j)^n$$

$$C) (1+j)^n = 2^n \cos^n \frac{\pi}{3} e^{\frac{jn\pi}{3}}$$

$$D) (1+j^2)^n = e^{\frac{-jn\pi}{3}}$$

Question 32

Il en résulte que :

$$A) (1+j)^n + (1+j^2)^n = -2 \cos \frac{n\pi}{3}$$

$$B) (1+j)^n + (1+j^2)^n = 2 \sin \frac{n\pi}{3}$$

Finalement, on obtient :

$$C) \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k} = \frac{1}{3} \left(2^n + 2 \cos \frac{n\pi}{3} \right)$$

$$D) \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k} = \frac{1}{3} \left(2^n + 2 \sin \frac{n\pi}{3} \right)$$

Partie V

Soit $(a, b, c) \in \mathbb{C}^3$. On considère le système d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{C}^3$:

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x + jy + j^2z = b \\ x + j^2y + jz = c \end{cases} \quad (\text{S})$$

où j désigne la racine cubique de l'unité dont la partie imaginaire est strictement positive.

Question 33

- A) Quels que soient $(a, b, c) \in \mathbb{C}^3$, le système (S) n'admet pas de solution dans \mathbb{C}^3
- B) Quels que soient $(a, b, c) \in \mathbb{C}^3$, le système (S) admet une solution unique dans \mathbb{C}^3
- C) Quels que soient $(a, b, c) \in \mathbb{C}^3$, le système (S) admet une infinité de solutions dans \mathbb{C}^3
- D) Il existe un sous-ensemble $E \subset \mathbb{C}^3$, $E \neq \mathbb{C}^3$ tel que le système (S) admet une solution si $(a, b, c) \in E$ et aucune solution si $(a, b, c) \notin E$

Question 34

Une solution de (S) est alors :

- A) $(x, y, z) = \left(\frac{a + bj^2 + cj}{3}, \frac{a + b + c}{3}, \frac{a + bj + cj^2}{3} \right)$
- B) $(x, y, z) = \left(\frac{a + b + c}{3}, \frac{a + bj + cj^2}{3}, \frac{a + bj^2 + cj}{3} \right)$
- C) $(x, y, z) = \left(\frac{a + b + c}{3}, \frac{a + bj^2 + cj}{3}, \frac{a + bj + cj^2}{3} \right)$
- D) $(x, y, z) = \left(\frac{a + bj^2 + cj}{3}, \frac{a + bj + cj^2}{3}, \frac{a + b + c}{3} \right)$

Question 35

Une condition nécessaire et suffisante pour qu'une solution de (S) soit réelle

(i.e. $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$) est :

- A) $a \in \mathbb{R}$ et $b = c$
- B) $a \in \mathbb{R}$ et $b = \bar{c}$
- C) $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$
- D) $a \in \mathbb{R}$ et $(b, c) \in i\mathbb{R}^2$

Question 36

Une solution réelle de (S) est alors :

- A) $(x, y, z) = \left(\frac{a + 2 \operatorname{Re}(b)}{3}, \frac{a + 2 \operatorname{Re}(bj^2)}{3}, \frac{a + 2 \operatorname{Re}(bj)}{3} \right)$
- B) $(x, y, z) = \left(\frac{a + 2 \operatorname{Im}(b)}{3}, \frac{a + 2 \operatorname{Im}(bj)}{3}, \frac{a + 2 \operatorname{Im}(bj^2)}{3} \right)$
- C) $(x, y, z) = \left(\frac{a + 2b}{3}, \frac{a + 2 \operatorname{Re}(bj^2)}{3}, \frac{a + 2 \operatorname{Re}(bj)}{3} \right)$
- D) $(x, y, z) = \left(\frac{a + 2 \operatorname{Re}(b)}{3}, \frac{a + 2 \operatorname{Re}(bj)}{3}, \frac{a + 2 \operatorname{Re}(bj^2)}{3} \right)$

**CONCOURS DE RECRUTEMENT
D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE**

ÉPREUVE DE PHYSIQUE

**Durée : 2 Heures
Coefficient : 1**

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 pages (recto-verso) d'instructions pour remplir le QCM,
- 1 page d'avertissement (recto)
- 7 pages de texte (recto-verso).

CALCULATRICE NON AUTORISÉE

CONCOURS EPL/S 2014

Objet : ERRATUM
EPREUVE DE : PHYSIQUE

QUESTION 4 : Il faut lire « Pour les oscillations à droite, » (et non à gauche)

ÉPREUVE DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

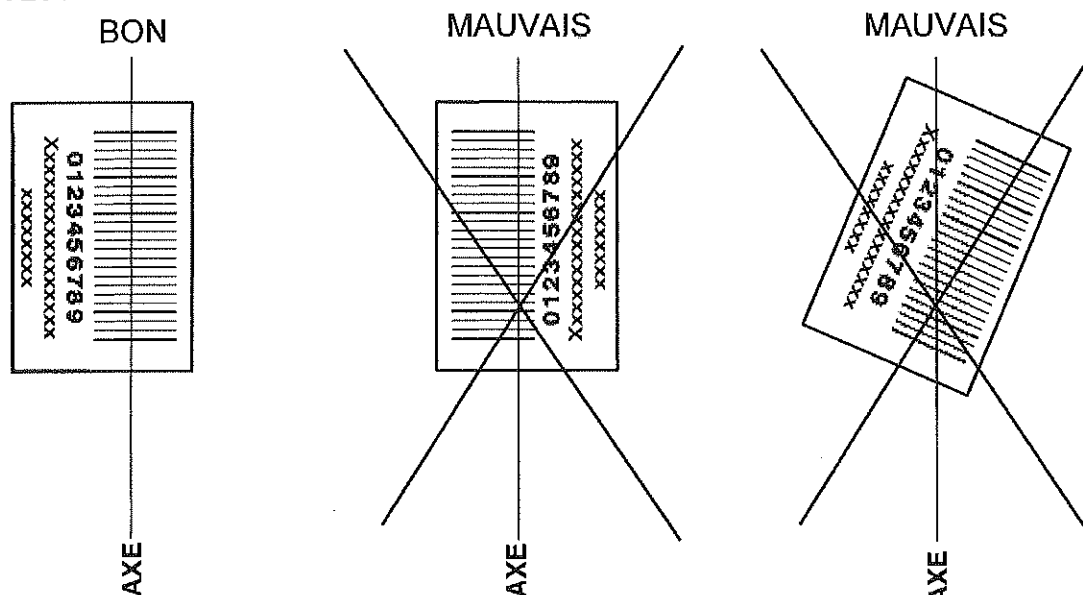
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire épreuve de physique (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci **en position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE** et **ATTENTION** vous devez noircir complètement la case en vue de la bonne lecture optique de votre QCM.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 36 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions est donnée au début du texte du sujet.
Chaque candidat devra choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.

Il est inutile de répondre à plus de 24 questions : la machine à lecture optique lira les réponses en séquence en partant de la ligne 1, et s'arrêtera de lire lorsqu'elle aura détecté des réponses à 24 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 36, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 37 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 36, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse, vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes, vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne, vous devez alors noircir la case E.

En cas de réponse fautive, aucune pénalité ne sera appliquée.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- A) $\lim_{P \rightarrow 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
- B) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
- C) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- D) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

- A) $\mathbf{j} = \mathbf{E}/\sigma$
- B) $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$
- C) $\mathbf{E} = \sigma^2 \mathbf{j}$
- D) $\mathbf{j} = \sigma^2 \mathbf{E}$

Exemple III : Question 3 :

- A) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- B) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- C) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \frac{T_2}{T_1}$.
- D) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input checked="" type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>

AVERTISSEMENTS

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Nous attirons leur attention sur les points suivants :

1 - Les résultats sont arrondis en respectant les règles habituelles ; il est prudent d'éviter des arrondis trop imprécis sur les résultats intermédiaires.

2 - Les valeurs fausses proposées diffèrent suffisamment de la valeur exacte pour que d'éventuels écarts d'arrondi n'entraînent aucune ambiguïté sur la réponse.

Les notations utilisées sont celles en vigueur au niveau international. Ainsi, conformément à ces recommandations internationales, les vecteurs sont représentés en caractères gras.

QUESTIONS LIÉES

[1, 2, 3, 4, 5, 6]

[7, 8, 9, 10, 11, 12]

[13, 14, 15, 16, 17, 18]

[19, 20, 21, 22, 23, 24]

[25, 26, 27, 28, 29, 30]

[31, 32, 33, 34, 35, 36]

1. Un pendule simple de masse m et de longueur ℓ oscille, dans le plan vertical Oxy , autour d'une liaison pivot parfaite d'axe Oz , sous l'action du champ de pesanteur g supposé uniforme. On note θ l'angle que fait le pendule avec la verticale. Les frottements sont négligés. Le référentiel d'étude, supposé galiléen, est celui du laboratoire. On désigne par e_x , e_y et e_z les vecteurs de base du repère cartésien $Oxyz$. Exprimer le moment cinétique L_O , au point O , du pendule.

A) $L_O = m\ell^2\dot{\theta}^2 e_z$ B) $L_O = m\ell^2\dot{\theta} e_x$ C) $L_O = m\ell\dot{\theta}^2 e_z$ D) $L_O = m\ell^2\dot{\theta} e_z$

2. En notant ω_0 une constante, quelle est l'équation différentielle du mouvement des petites oscillations et la période propre T_0 de ces dernières?

A) $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ B) $\ddot{\theta} - \omega_0^2\theta = 0$ C) $T_0 = 2\pi \left(\frac{\ell}{g}\right)^{1/2}$ D) $T_0 = 2\pi \left(\frac{g}{\ell}\right)^{1/2}$

On rend le pendule asymétrique en fixant un clou K situé à 30 cm en dessous du point O (Fig. 1). Ainsi, à gauche de la verticale OK , le pendule se balance selon une rotation du tronçon OA_g du fil autour de O ; à droite, c'est le tronçon KA_d , de longueur ℓ_d , qui tourne autour de K . On note $\theta_g = (e_x, OA_g)$ l'angle que forme le pendule avec la verticale à gauche de OK ; $\theta_d = (e_x, KA_d)$ représente l'angle des oscillations à droite de OK .

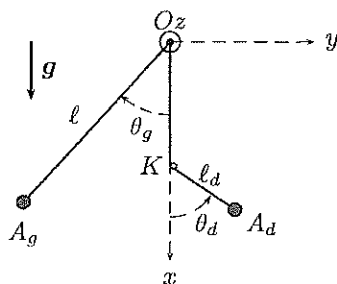


FIG. 1 – Pendule asymétrique

3. Déterminer l'énergie mécanique $\mathcal{E}_{m,g}$ pour les oscillations à gauche, puis l'équation différentielle du mouvement correspondant.

A) $\mathcal{E}_{m,g} = \frac{m\ell^2\dot{\theta}_g^2}{2} + mg\ell \cos\theta_g$ C) $\ddot{\theta}_g + \frac{g}{\ell} \sin\theta_g = 0$
 B) $\mathcal{E}_{m,g} = \frac{m\ell^2\dot{\theta}_g^2}{2} - mg\ell \cos\theta_g$ D) $\ddot{\theta}_g + \frac{g}{\ell} \theta_g = 0$

4. Déterminer l'énergie mécanique $\mathcal{E}_{m,d}$ pour les oscillations à gauche, puis l'équation différentielle du mouvement correspondant.

A) $\mathcal{E}_{m,d} = \frac{m\ell_d^2\dot{\theta}_d^2}{2} - mg\ell_d \cos\theta_d - mg(\ell - \ell_d)$ C) $\ddot{\theta}_d + \frac{g}{\ell_d} \sin\theta_d = 0$
 B) $\mathcal{E}_{m,d} = \frac{m\ell_d^2\dot{\theta}_d^2}{2} - mg(\ell - \ell_d) \cos\theta_d$ D) $\ddot{\theta}_d + \frac{g}{\ell_d} \theta_d = 0$

5. Pour des mouvements de faible amplitude angulaire, estimer la période d'une oscillation complète (aller-retour) du pendule.

A) $T = \pi \left[\left(\frac{\ell}{g}\right)^{1/2} + \left(\frac{\ell_d}{g}\right)^{1/2} \right]$ C) $T = 2\pi \left[\left(\frac{\ell}{g}\right)^{1/2} + \left(\frac{\ell_d}{g}\right)^{1/2} \right]$
 B) $T = 2\pi \left(\frac{\ell + \ell_d}{g}\right)^{1/2}$ D) $T = 2\pi \left(\frac{\ell - \ell_d}{g}\right)^{1/2}$

6. On s'intéresse aux hauteurs maximales atteintes par le pendule et aux amplitudes angulaires, à gauche et à droite. Cocher la ou les réponses correctes parmi les affirmations proposées ci-dessous.

- A) Les hauteurs maximales et les amplitudes angulaires sont les mêmes.
 - B) Les hauteurs maximales sont différentes mais les amplitudes angulaires sont identiques.
 - C) Les hauteurs maximales sont les mêmes mais les amplitudes angulaires sont différentes.
 - D) Les hauteurs maximales et les amplitudes angulaires sont différentes.
-

7. Un rayon lumineux atteint un dioptre qui sépare deux milieux d'indices de réfraction n_1 et $n_2 > n_1$ sous l'angle d'incidence i .
Cocher les affirmations exactes.
- A) Le rayon traverse le dioptre sans être dévié.
B) Le rayon est uniquement dévié par le dioptre.
C) Le rayon est uniquement réfléchi par le dioptre.
D) Le rayon est dévié en traversant le dioptre et réfléchi par celui-ci.
8. Une partie du rayon pénètre dans le milieu d'indice de réfraction n_2 sous l'angle de réfraction r . Quelle est la relation entre les angles i et r ?
- A) $n_1 \cos i = n_2 \cos r$ B) $n_2 \sin i = n_1 \sin r$ C) $r = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin i\right)$ D) $r = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i\right)$
9. Pour la lumière visible, l'indice de réfraction n_2 d'un milieu transparent varie en fonction de la fréquence ν de la lumière selon la loi empirique de Cauchy, $n_2(\nu) = A + B\nu^2$, A et B étant des constantes positives. Comment varie l'angle r dans le domaine du visible ?
- A) Du rouge au violet, r diminue.
B) Du rouge au violet, r augmente.
C) Du rouge au violet, r ne change pas.
D) On ne peut rien dire *a priori*.
10. À une distance e du dioptre précédent se trouve un autre dioptre qui sépare cette fois le milieu d'indice n_2 du milieu d'indice $n_1 < n_2$. Cocher les affirmations exactes qui concernent un rayon lumineux (monochromatique) qui atteint un tel dioptre.
- A) Le rayon lumineux est toujours réfracté.
B) Il existe un angle limite ℓ , tel que $\sin \ell = n_2/n_1$, au-delà duquel il n'y a pas de réfraction.
C) Il existe un angle limite ℓ , tel que $\sin \ell = n_1/n_2$, au-delà duquel il n'y a pas de réfraction.
D) Il existe un angle limite ℓ , tel que $\sin \ell = n_2/n_1$, au-delà duquel il a réflexion totale.
11. On suppose qu'il y a réfraction du rayon lumineux incident sur le second dioptre. Exprimer, en fonction de i et r , l'angle de réfraction r' .
- A) $r' = r$ B) $r' = r - i$ C) $r' = r + i$ D) $r' = 0$
12. Déterminer, en fonction de e et i notamment, l'écart latéral Δ entre le rayon émergent de ce second dioptre et le prolongement du rayon incident sur le premier dioptre.
- A) $\Delta = 0$ C) $\Delta = e \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{n_1^2 - \sin^2 i}\right)$
B) $\Delta = e \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{n_2^2 - \sin^2 i}\right)$ D) $\Delta = 2n_2 e \sin i$
-

On réalise le circuit électronique de la figure 2, constitué de deux résistors identiques (résistance $R = 2\text{ k}\Omega$) et de deux condensateurs identiques (capacité $C = 5\text{ nF}$). On applique en entrée du circuit une tension sinusoïdale $u_e(t) = u_{e,m} \cos(\omega t)$; en sortie, aux bornes du second condensateur, on recueille la tension $u_s(t) = u_{s,m} \cos(\omega t + \phi)$.

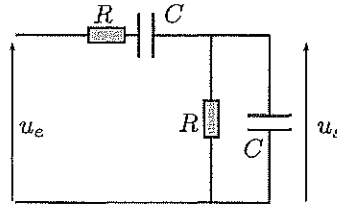


FIG. 2 – Pont de Wien

13. Comment se comporte un condensateur à basse fréquence? Et à haute fréquence?
- A) À basse fréquence, un condensateur se comporte comme un court-circuit.
 B) À basse fréquence, un condensateur se comporte comme un coupe-circuit.
 C) À haute fréquence, un condensateur se comporte comme un court-circuit.
 D) À haute fréquence, un condensateur se comporte comme un coupe-circuit.
14. Quelle est la nature du filtre?
- A) Passe-bande B) Passe-bas C) Passe-haut D) Coupe-bande
15. Déterminer la fonction de transfert $\underline{T}(w)$ de ce filtre en fonction de la pulsation réduite $w = \omega/\omega_0$, où ω_0 est une pulsation dont on donnera l'expression.
- A) $\underline{T} = \frac{1}{1 + j(w - 1/w)}$ B) $\underline{T} = \frac{1}{2 + j(w - 1/w)}$ C) $\omega_0 = RC$ D) $\omega_0 = \frac{1}{2RC}$
16. Exprimer le gain en tension $|\underline{T}|$ et le déphasage ϕ .
- A) $|\underline{T}| = \frac{1}{[9 + (w - 1/w)^2]^{1/2}}$ C) $\phi = \arctan\left(\frac{1/w - w}{3}\right)$
 B) $|\underline{T}| = \frac{1}{[1 + (w - 1/w)^2]^{1/2}}$ D) $\phi = \arctan\left(\frac{w - 1/w}{3}\right)$
17. Pour quelle valeur f_0 de la fréquence, le gain $|\underline{T}|$ passe-t-il par un maximum? Quel est le signe de ce maximum en décibel?
- A) $f_0 \approx 1,6\text{ kHz}$ C) Le maximum en décibel est négatif.
 B) $f_0 \approx 16\text{ kHz}$ D) Le maximum en décibel est positif.
18. Quelles sont, respectivement, les valeurs limites de ϕ lorsque $w \ll 1$ et $w \gg 1$?
- A) $\phi(w \ll 1) = -\pi/2$ et $\phi(w \gg 1) = \pi/2$ C) $\phi(w \ll 1) = \pi/2$ et $\phi(w \gg 1) = -\pi/2$
 B) $\phi(w \ll 1) = \pi$ et $\phi(w \gg 1) = 0$ D) $\phi(w \ll 1) = 0$ et $\phi(w \gg 1) = -\pi$

Un nombre n de moles de dioxygène, supposé être un gaz parfait, initialement à la température T_0 et à la pression p_0 , subit les transformations suivantes :

- i) une évolution adiabatique réversible de l'état initial $A_0(T_0, p_0)$ à l'état $A_1(T_1, p_1)$, avec $p_1 = \eta p_0$ ($\eta > 1$) et T_1 la température de l'état A_1 ;
- ii) une transformation isobare, au contact avec un thermostat de température T_0 , qui l'amène de l'état A_1 à l'état final $A_f(T_0, p_1)$.

On note γ le rapport des capacités thermiques à pression constante et volume constant. On note R la constante des gaz parfaits.

19. Déterminer, en fonction notamment du volume initial V_0 , les volumes V_1 et V_f occupés par le gaz dans les états A_1 et A_f respectivement.

A) $V_1 = \eta^{-1/\gamma} V_0$ B) $V_1 = \eta^{1/\gamma} V_0$ C) $V_f = \eta V_0$ D) $V_f = V_0/\eta$

20. Exprimer T_1 en fonction, notamment, de T_0 .

A) $T_1 = \eta^{1/\gamma} T_0$ B) $T_1 = \eta^{1-1/\gamma} T_0$ C) $T_1 = \eta^{(1-\gamma)/\gamma} T_0$ D) $T_1 = \eta^{-1/\gamma} T_0$

21. Comment varie l'énergie interne U entre l'état initial A_0 et l'état final A_f ?

A) $\Delta U < 0$ C) $\Delta U = 0$
B) $\Delta U > 0$ D) On ne peut *a priori* rien dire.

22. Que valent le travail $W_{A_0A_1}$ et la chaleur $Q_{A_0A_1}$ reçus lors de la transformation A_0A_1 ?

A) $W_{A_0A_1} = \frac{nRT_0}{\gamma-1} (\eta^{1-1/\gamma} - 1)$ C) $Q_{A_0A_1} = W_{A_0A_1}$
B) $W_{A_0A_1} = \frac{nRT_0}{\gamma-1} (\eta^{\gamma-1} - 1)$ D) $Q_{A_0A_1} = 0$

23. Que vaut le travail $W_{A_1A_f}$ reçu lors de la transformation A_1A_f ?

A) $W_{A_1A_f} = -nRT_0 (\eta^{1-1/\gamma} - 1)$ C) $W_{A_1A_f} = -nRT_0 (1 - \eta^{1-\gamma})$
B) $W_{A_1A_f} = -nRT_0 (1 - \eta^{1-1/\gamma})$ D) $W_{A_1A_f} = -nRT_0 (1 - \eta^{1/\gamma-1})$

24. Exprimer la chaleur $Q_{A_1A_f}$ reçue par le gaz au cours de la transformation A_1A_f , puis celle, $Q_{A_0A_f}$, reçue lors de la transformation directe qui amène le gaz de l'état A_0 à l'état A_f .

A) $Q_{A_1A_f} = nRT_0 \frac{\gamma}{\gamma-1} (\eta^{1-1/\gamma} - 1)$ C) $Q_{A_0A_f} = nRT_0 \frac{\gamma}{\gamma-1} (1 - \eta^{1-1/\gamma})$
B) $Q_{A_1A_f} = nRT_0 \frac{\gamma}{\gamma-1} (1 - \eta^{1-1/\gamma})$ D) $Q_{A_0A_f} = nRT_0 \frac{\gamma}{\gamma-1} (1 - \eta^{1/\gamma-1})$

Des ions, de masse m et charge $q > 0$, sont accélérés par une tension $U_a > 0$ entre deux plaques \mathcal{P} et \mathcal{P}' parallèles, avant de pénétrer dans une région de l'espace où règne un champ magnétique stationnaire uniforme, orienté selon Oz , $B = B e_z$, e_z étant le vecteur unitaire, *perpendiculaire* à leur vecteur vitesse v_0 (Fig. 3). La vitesse initiale des ions, au niveau de la plaque \mathcal{P} est négligeable.

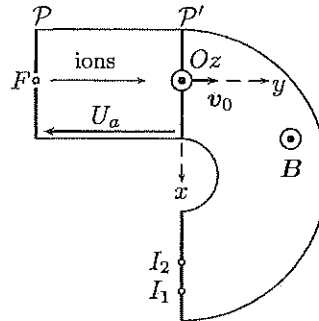


FIG. 3 - Spectromètre

25. Déterminer la vitesse v_0 des ions au niveau de \mathcal{P}' .
- A) $v_0 = (2qU_a/m)^{1/2}$ B) $v_0 = 2qU_a/m$ C) $v_0 = [qU_a/(2m)]^{1/2}$ D) $v_0 = (qU_a/m)^{1/2}$
26. Quel est l'effet d'un champ magnétique sur une charge en mouvement ?
- A) Le champ modifie l'énergie mécanique de la charge.
 B) Le champ accélère la charge en modifiant seulement la direction du vecteur vitesse.
 C) Le champ n'accélère pas la charge.
 D) Le champ modifie la direction de la quantité de mouvement.
27. Donner l'expression de la force d'interaction d'un champ magnétique avec une charge.
- A) $F = qB$ B) $F = qB \times v$ C) $F = qvB$ D) $F = qv \times B$
28. L'équation du mouvement dans la zone où règne le champ magnétique s'écrit $dv/dt = av \times e_z$, où a est une constante. Déterminer a .
- A) $a = qB/m$ B) $a = -qB/m$ C) $a = qBm$ D) $a = 0$
29. Quelle est la nature de la trajectoire de l'un de ces ions ?
- A) La trajectoire est rectiligne.
 B) La trajectoire est circulaire de rayon $R = mv_0/(qB)$.
 C) La trajectoire est circulaire de rayon $R = qB/(mv_0)$.
 D) La trajectoire n'est ni une droite ni un cercle.
30. Le faisceau initial est constitué de deux types d'ions, ${}_{92}^{238}\text{U}^{4+}$ et ${}_{92}^{235}\text{U}^{4+}$ (U symbolisant l'uranium), de masses respectives m_1 et $m_2 < m_1$. On se rend compte qu'ils frappent un écran aux points I_1 et I_2 respectivement. Déterminer la distance d qui sépare ces deux points d'impact. On note e la charge élémentaire.
- A) $d = \frac{2}{B} \left(\frac{U_a}{2e} \right)^{1/2} (m_1^{1/2} - m_2^{1/2})$ C) $d = \frac{1}{B} \left(\frac{U_a}{2e} \right)^{1/2} (m_1 - m_2)$
 B) $d = \frac{1}{B} \left(\frac{U_a}{2e} \right)^{1/2} (m_1^{1/2} - m_2^{1/2})$ D) $d = \frac{1}{B} \left(\frac{U_a}{2e} \right)^{1/2} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)^{1/2}$

31. Quel est le nombre d'atomes N_C contenus dans un kilogramme de carbone (masse molaire 12 g.mol^{-1}) ? On donne le nombre d'Avogadro $N_A \approx 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

A) $N_C \approx 6 \times 10^{23}$
B) $N_C \approx 6 \times 10^{22}$

C) $N_C \approx 6 \times 10^{21}$
D) $N_C \approx 6 \times 10^{20}$

32. Cocher les affirmations exactes.

- A) Le contenu matériel d'un système fermé peut évoluer.
B) Un système fermé peut échanger de l'énergie avec le milieu extérieur.
C) Un système ouvert ne peut échanger que de la matière avec le milieu extérieur
D) Un système isolé n'échange que de l'énergie avec le milieu extérieur.

33. Un récipient de volume $V = 2 \text{ L}$ contient $n = 0,2 \text{ mol}$ d'hélium, assimilé à un gaz parfait. Comment s'écrit la loi des gaz parfaits? On désigne par p la pression, T la température et $R \approx 8 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ la constante des gaz parfaits.

A) $p = \frac{nRV}{T}$

B) $pV = \frac{nT}{R}$

C) $p = \frac{nRT}{V}$

D) $V = \frac{nRT}{p}$

34. Calculer à la température $T = 300 \text{ K}$ la pression p dans le récipient.

A) $p = 120 \text{ kPa}$

B) $p = 240 \text{ Pa}$

C) $p = 120 \text{ Pa}$

D) $p = 240 \text{ kPa}$

35. Déterminer puis calculer le nombre n_v d'atomes d'hélium par unité de volume.

A) $n_v = nN_A/V$
B) $n_v = V/(nN_A)$

C) $n_v = 6 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$
D) $n_v = 6 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$

36. Sachant que le volume moyen disponible pour un atome est $V_m = 1/n_v$, déterminer la distance moyenne ℓ entre deux atomes d'hélium voisins.

A) $\ell = (6V_m/\pi)^{1/3}$
B) $\ell = (6V_m/\pi)^{1/2}$

C) $\ell \approx 3 \text{ pm}$
D) $\ell \approx 3 \text{ nm}$

**CONCOURS DE RECRUTEMENT
D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE**

ÉPREUVE D'ANGLAIS

**Durée : 2 Heures
Coefficient : 1**

Ce sujet comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 pages (recto-verso) d'instructions pour remplir le QCM,
- 8 pages de texte (recto-verso) numérotées de 1 à 8.

CALCULATRICE NON AUTORISÉE

ÉPREUVE OBLIGATOIRE D'ANGLAIS

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire d'Anglais de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

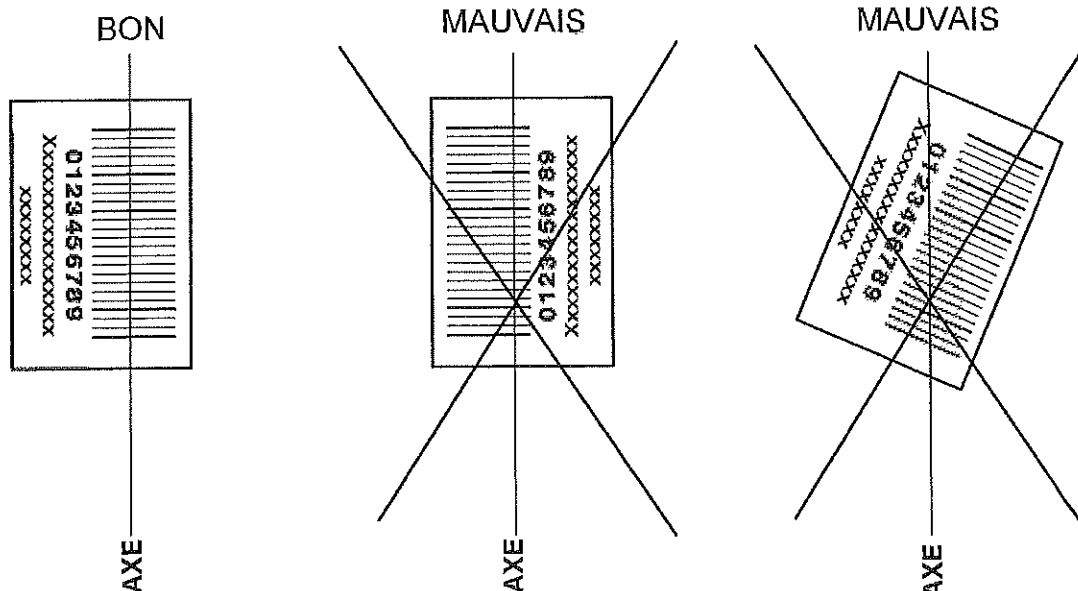
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire épreuve d'anglais (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE** et **ATTENTION** vous devez noircir complètement la case en vue de la bonne lecture optique de votre QCM.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Tournez la page S.V.P.

- 5) Le sujet comporte 80 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 80. **N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 81 à 100.** Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

Dans cette épreuve, il n'est accepté **qu'une réponse pour chaque question** ; ne noircissez donc jamais 2 cases, il vous serait attribué automatiquement zéro pour cette question.

Une bonne réponse vaut 1 point, une réponse fausse 0.

Les extraits ci-dessous abordent des thèmes divers tirés de l'actualité. Pour chaque phrase numérotée, vous devez choisir le mot ou l'expression correcte et noircir la case correspondante sur la feuille de réponses.

Child Asthma Admissions Fall after Smoking Ban

The number of children admitted to hospital with (1) _____ of asthma has fallen since the ban on smoking in enclosed public places came into effect, a study has found. Research shows there was a 12.3% fall in admissions in the first year after the law (2) _____ introduced in July 2007, and these have continued to drop in subsequent years, suggesting that any benefits of the legislation have been (3) _____.

NHS statistics analyzed by researchers at Imperial College London showed the decline was equivalent to 6,802 (4) _____ hospital admissions in the first three years of the law coming into effect. The findings have been published in the journal Paediatrics. Asthma affects one (5) _____ 11 children in the UK.

Before the ban was implemented, hospital admissions for children suffering a severe asthma attack were increasing steadily by 2.2% a year, (6) _____ at 26,969 admissions in 2006-07. The findings show the trend (7) _____ immediately after the law came into effect, with lower admission rates among boys and girls of all ages, in both wealthy and poor (8) _____ and in cities and rural areas.

Previous studies have shown that hospital admissions for childhood asthma (9) _____ after smoke-free legislation was introduced in Scotland and North America. The smoking ban in England has also been found to have reduced the rate of heart (10) _____.

- | | | | | | |
|-----|--------------|---------------|-----------------|---------------------|-------------------|
| 1) | A) points | B) symptoms | C) effects | D) affects | E) results |
| 2) | A) is | B) are | C) was | D) were | E) has been |
| 3) | A) sustained | B) fitted | C) suspended | D) conformed | E) defined |
| 4) | A) few | B) fewer | C) little | D) least | E) similar |
| 5) | A) from | B) of | C) to | D) by | E) in |
| 6) | A) growing | B) peaking | C) concluding | D) levelling | E) settling |
| 7) | A) inversed | B) tracked | C) returned | D) came back | E) developed |
| 8) | A) estates | B) slums | C) shanty towns | D) high-rise blocks | E) neighbourhoods |
| 9) | A) will fall | B) would fall | C) falling | D) fell | E) fallen |
| 10) | A) strokes | B) crises | C) arrests | D) diseases | E) attacks |

Snow and Ice Take Hold as Temperatures Plunge across Britain

Temperatures will struggle to rise (11) _____ freezing in many parts of the UK as icy conditions affect most areas and fresh snow showers move in from the south-west. A third day of serious disruption to road, rail and air travel is expected with difficulties (12) _____ in Scotland and the south and east of England, and many of the 5,000 schools that closed on Monday will stay shut, (13) _____ in the north-east, East Anglia and around Birmingham.

Temperatures overnight fell to a low of -11°C in Buckinghamshire, -10°C at Stansted airport and -9°C at RAF Mildenhall in Suffolk and are expected to match this on Tuesday night after an Arctic day. Scotland, Northumberland and Durham are (14) _____ to see snowfall of up to 10cm with up to 6cm in southern England and 2cm in East Anglia. Further fronts moving in from the Atlantic and Cornwall will add their share but are expected to turn more quickly into (15) _____ and rain as temperatures ease slightly.

Heathrow, Gatwick, Birmingham and Newcastle airports have all (16) _____ travellers to expect delays and to check before setting out from home. Flights are getting back to normal at Robin Hood airport near Doncaster, East Midlands and Leeds Bradford, (17) _____ also saw delays and closures on Monday.

A (18) _____ at Heathrow said visibility problems on Sunday and Monday, when almost 500 flights, or 20%, of the timetable were cancelled, were compounded by delays and disruption at continental airports which have also been (19) _____ by snow and bad visibility. He said: "Because Heathrow runs at almost 100% capacity there is no slack in the system and flights unfortunately have to be cancelled. Further cancellations are inevitable (20) _____ the adverse weather conditions at other airports around Europe."

- 11) A) above B) around C) at D) after E) approximately
12) A) circling B) concerning C) concerned D) concentrating E) concentrated
13) A) more B) primary C) mostly D) less E) least
14) A) obliged B) likely C) probably D) possibly E) estimated
15) A) sleet B) moisture C) saturation D) snow E) ice
16) A) forecast B) announced C) previewed D) warned E) ordered
17) A) this B) which C) that D) whom E) whose
18) A) chief B) presenter C) responsible D) spokesman E) deputy
19) A) crashed B) collided C) hit D) targetted E) shot
20) A) because B) due C) so D) as a result E) given

Italy Often Turns Back Asylum Seekers Arriving Illegally from Greece

(21) _____ of following international standards on how to treat asylum seekers and unaccompanied migrant children (22) _____ arrive illegally from Greece, the Italian authorities have been summarily returning them, according to a report by Human Rights Watch scheduled to be (23) _____ Tuesday.

Officials in several ports along Italy's Adriatic coast routinely return stowaways on ferries from Greece (24) _____ hours, without adequately considering requests for asylum or, in the case of children, admitting them to determine their best interests, the report said. Human Rights Watch said its (25) _____ were based on interviews with government officials, social workers and 29 men and boys who had been returned to Greece, which the organization said reflected broader practices in Italy.

The report said it was difficult to (26) _____ how many migrants were affected. In the southern Italian port of Bari, almost 900 migrants trying to enter Italy were intercepted from January 2011 to June 2012, and just 12 were allowed to remain, the report said; (27) _____ similar figures were cited for Venice in 2010 and most of 2011.

Criticism of Italy's practice of returning intercepted migrants to Greece is "unfortunately nothing new — it's been (28) _____ for years," said Christopher Hein, director of the Italian Refugee Council. Mr. Hein said the arrival of more youths from Afghanistan, Syria and other troubled countries "makes it more alarming." (29) _____ the harrowing details of illegal journeys into Italy — travelling in refrigerated food trucks or between axles underneath cars and buses — the report offered a stark reminder of what migrants risk in their attempts to reach European Union countries in search of a better life. Many do not (30) _____ alive.

- 21) A) Because B) Instead C) Despite D) Rather E) Apart
22) A) which B) what C) who D) whom E) whose
23) A) printed B) recorded C) published D) divulged E) defined
24) A) within B) after C) during D) before E) while
25) A) analysis B) evidence C) discoveries D) findings E) suspicions
26) A) reason B) research C) forecast D) analyze E) determine
27) A) broadly B) about C) around D) nearly E) approximately
28) A) going on B) taking up C) taking out D) taking on E) going off
29) A) Talking B) Saying C) Recounting D) Remembering
E) Demonstrating
30) A) manage B) make it C) reach D) get it E) take off

France and Germany: 'No Longer a Couple, but Divorce is Impossible.'

The marriage between France and Germany appears to be going through a bad (31) _____. But divorce, it seems, is out of the question. As leaders of the two states gathered in Berlin on Tuesday to (32) _____ 50 years of a friendship treaty that has powered wider European integration, commentators reached for connubial metaphors to describe the present state of the relationship.

"A golden wedding with no romance" was how the French broadcaster RF1 described the anniversary of the Elysée Treaty (33) _____ on Jan. 22, 1963 between Charles de Gaulle, the French president, and Germany's Chancellor Konrad Adenaur. Fifty years on, "the neighbouring country (34) _____ more as a partner than as a friend", according to Pascal Thibaut, its Berlin correspondent. Differences over how to (35) _____ an economic crisis in the euro zone have sharpened (36) _____ the election last year of François Hollande, France's Socialist president. And, just ahead of the celebrations, Germany's limited support for French intervention in Mali has underlined (37) _____ a common defence and foreign policy vision between the two partners.

(38) _____ the political ups and downs of the Franco-German relationship, polls indicate that the people of the two countries have long ago set aside the enmity that once characterized their relationship. (39) _____, it seems that many clichés persist. A recent Ifop survey found that most Germans first think of Paris, the Eiffel Tower, wine and croissants when they think of France. For the French, it is Angela Merkel, beer, Berlin and cars.

"The anniversary would be a bittersweet moment" for the two partners, (40) _____ Joachim Bitterlich, a former adviser to Chancellor Helmut Kohl of Germany. "Sure, there have been ups and downs," he wrote in the Financial Times, "but the achievements of the past half-century are real and worth celebrating."

- 31) A) time B) cycle C) season D) area E) patch
- 32) A) mark B) sign C) indicate D) register E) repeat
- 33) A) conclude B) concluded C) concluding D) has concluded
E) have concluded
- 34) A) is seen B) are seen C) has seen D) had seen E) saw
- 35) A) lose B) struggle C) tackle D) compete E) win over
- 36) A) before B) already C) for D) since E) ending
- 37) A) lacking B) the lack of C) lacked D) lack on E) lacks
- 38) A) However B) Therefore C) Whatever D) Regardless E) Nonetheless
- 39) A) Thus B) Because of C) Due to this D) This is why E) That said
- 40) A) saying so B) stated by C) according to D) responding to E) analyzed by

Teen's Confession: Horror Film Inspired Murder of Mum, Sister

A 17-year-old wrote in a confession released Thursday that the horror movie remake of "Halloween" gave him the idea (41) _____ his mother and sister. Jake Evans is on (42) _____ for the Oct. 3 slayings of his 15-year-old sister, Mallory, and mother Jami in their upscale Aledo home. The confession was introduced as (43) _____.

In a four-page written confession to police hours after his arrest, Evans said he (44) _____ the remake of "Halloween" three times earlier that week. The 2007 Rob Zombie film is about a 10-year-old boy who murders several people and kills a number of others 15 years (45) _____. While watching it, I was amazed at how at ease the boy was during the murders and how little (46) _____ he had," Evans wrote. "Afterward, I was thinking to myself it would be the same for me when I kill someone."

Later, as his mother and sister watched the presidential debate that night, he said he "just sat in the living room thinking (47) _____ how I was going to kill my family."

He wrote that he got a knife. "I went back upstairs and kept pacing back and (48) _____ imagining killing Mallory," he said. "Thoughts of causing her pain kept entering my mind and were really bothering me. (49) _____ then I'd think about the times she hurt my feelings." Then he changed his plans. "After a while, I thought to myself that if I were to kill my mum and Mallory, I (50) _____ want them to feel anything, so I decided to kill them both with the 22 revolver I stole from my Grandpa," he wrote.

- | | | | | | |
|-----|------------|-------------|-----------------|----------------|-----------------|
| 41) | A) to kill | B) kill | C) killing | D) killed | E) have killed |
| 42) | A) charge | B) trial | C) prison | D) court | E) justice |
| 43) | A) defense | B) clues | C) indications | D) suspicion | E) evidence |
| 44) | A) watches | B) watching | C) have watched | D) had watched | E) didn't watch |
| 45) | A) later | B) since | C) ago | D) before | E) subsequently |
| 46) | A) regret | B) remorse | C) apology | D) mourning | E) sadness |
| 47) | A) on | B) along | C) about | D) around | E) concerning |
| 48) | A) front | B) after | C) forth | D) round | E) beyond |
| 49) | A) Rather | B) However | C) Because | D) But | E) Moreover |
| 50) | A) don't | B) won't | C) wouldn't | D) didn't | E) hadn't |

Whatever Happened to Egypt's Spring?

It is two years to the day since the uprising that ousted Hosni Mubarak (51) _____. But far from heralding a bright new dawn, many things are (52) _____ than ever

The pyramids emerge serene from the morning mist in Giza. It is a majestic and awe-inspiring (53) _____. But there is one thing missing: tourists.

Tourism is Egypt's (54) _____ lifeline. But after two years of political turmoil following the downfall of Hosni Mubarak and, with Tahrir Square once again the scene of protests as Egyptians mark the second (55) _____ of the revolution, the economy is in freefall. After the heady euphoria of the people's revolt, Egyptians are disillusioned with their Islamist rulers and waiting in vain for their lives to improve (56) _____. President Mohamed Morsi, accused of failing to fulfil the goals of the revolution: bread, freedom and social justice.

There is the question of real justice, too. More than 800 people (57) _____ killed in the ultimately doomed attempt to crush the uprising that swept Mubarak from power. Yet no one from his government has been brought to book. The (58) _____ President himself was jailed for life last year for ordering the killings, but his sentence was overturned and he now languishes in his cell, his health failing. More than \$700m in Swiss bank accounts linked to his entourage has (59) _____ to be returned to Cairo. His sons, charged with corruption, have been (60) _____ because their alleged crimes took place more than 10 years ago. The list goes on.

- 51) A) begins B) beginning C) begun D) has begun E) began
- 52) A) better B) best C) worse D) worst E) different
- 53) A) vision B) scenery C) panoramic D) sight E) look
- 54) A) economy B) economic C) economical D) economics E) economically
- 55) A) date B) remembrance C) birthday D) anniversary
E) commemoration
- 56) A) under B) behind C) above D) on E) by
- 57) A) are B) have been C) to be D) being E) were
- 58) A) current B) elected C) former D) ancient E) oldest
- 59) A) since B) already C) after D) yet E) before
- 60) A) cleared B) charged C) accused D) convicted E) rewarded

Delight in Aussie Town over 'Trillion-dollar' Oil Find

The South Australian town of Coober Pedy, with a largely underground-dwelling population of just 1,695, is about to (61) _____ the mighty Saudi Arabia as the world's oil capital – at least if claims it could be sitting on more than \$20trn (£15trn) of black gold are to be believed.

The (62) _____, who mostly live in underground "dugouts" to protect themselves from the scorching sun, are euphoric after two new geological surveys (63) _____ that 65,000 sq km of the surrounding Arckaringa Basin in the Australian outback contain up to 233 billion barrels of oil. This puts their town (64) _____ a whisker of Saudi Arabia's 263 billion barrels, according to the Herald Sun newspaper.

(65) _____, while it is theoretically possible that the licence holder, Linc Energy, will be able to recover every single one of those 233 billion barrels, it will probably only be commercially viable to (66) _____ a small fraction. Even the report (67) _____ this, conservatively estimating that the Arckaringa Basin holds 3.5 billion barrels of recoverable reserves. Saudi Arabia's 263 billion barrels, (68) _____, refer to recoverable, rather than total, reserves.

But even 3.5 billion barrels is (69) _____ \$400bn (£250bn) at current prices – and the eventual amount could be a good bit higher than that, (70) _____ in the realms of a game-changing windfall for South Australia.

- | | | | | | |
|-----|-------------|--------------|---------------|----------------|----------------|
| 61) | A) compete | B) challenge | C) overcome | D) defeat | E) conquer |
| 62) | A) dwellers | B) persons | C) miners | D) politicians | E) residents |
| 63) | A) guessed | B) judged | C) imagined | D) outlined | E) estimated |
| 64) | A) within | B) to | C) under | D) around | E) about |
| 65) | A) Instead | B) In truth | C) In context | D) In turn | E) In theory |
| 66) | A) extract | B) expire | C) extend | D) explore | E) export |
| 67) | A) accuses | B) addresses | C) accords | D) admits | E) acquires |
| 68) | A) because | B) however | C) although | D) due to | E) in spite of |
| 69) | A) value | B) cost | C) costs | D) price | E) worth |
| 70) | A) yet | B) for | C) since | D) still | E) while |

London Helicopter Crash: Two Die in Vauxhall Crane Accident

Two people were killed and 12 were (71) _____ when a helicopter crashed into a crane on a building in central London. The helicopter (72) _____ the crane on top of The Tower, One St George Wharf, beside the Thames at about 08:00 GMT.

Cars and two buildings caught fire after the burning wreckage fell into Wandsworth Road in South Lambeth. Eighty fire-fighters (73) _____ the blaze. The pilot, Captain Pete Barnes from the charter firm Rotormotion, was killed, (74) _____ a person on the ground.

Mr Barnes, 50 and who lived near Reading, Berkshire, (75) _____ to be diverted to a nearby heliport because of bad weather. Metropolitan Police Commander Neil Basu told BBC News it was "miraculous" the crash was not (76) _____ worse. Five people were taken to hospital with minor injuries. Seven people were (77) _____ at the scene. It is thought some of the injured were hit by falling (78) _____.

The Civil Aviation Authority said a warning about the crane involved in the crash had been (79) _____ to pilots in October and again on 7 January. But it confirmed that red aviation warning lights on tall structures only need to be turned on at night - and not during bad weather in daylight hours - because they are not (80) _____ in fog or low cloud. The rules mean the period defined as night would have ended about 30 minutes before the crash.

- 71) A) injured B) survived C) damaged D) destroyed E) rescued
72) A) landed B) hit C) collided D) crashed E) heard
73) A) covered B) tackled C) struggled D) ignited E) beat
74) A) adding B) in addition C) moreover D) also E) along with
75) A) has asked B) have asked C) had asked D) asking E) to ask
76) A) more B) mostly C) much D) less E) little
77) A) treated B) diagnosed C) tested D) cured E) analyzed
78) A) particles B) waste C) remains D) debris E) extracts
79) A) planned B) filed C) published D) spread E) issued
80) A) sighted B) viewed C) visible D) regarded E) reflected